ekonomika : nauk.-teoret. zhurnal. – 2010. – # 3. – S. 69–72.

6. Skibicz`ka L. I. Provedennya organizacijny`x zmin yak zasib podolannya kry`z / L. I. Skibicz`ka, O. M. Skibicz`ky`j // Nauka j ekonomika : nauk.-teoret. zhurnal. – 2008. – # 4. – S. 354–361.

7. Vy`ssema X. Menedzhment v pidrozdilax fir- my` / X. Vy`ssema. – M. : Y`NFRA-M 1996. – 420 s.

Рецензент: *Транченко Л.В., професор, доктор економічних наук, професор кафедри менеджменту організацій Уманського національного університету садівництва*

21.09.2015

УДК 330.42, 330.44

Манжула Світлана

ТЕХНОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ З ТРУДОВИМИ РЕСУРСАМИ ДВОХ КАТЕГОРІЙ

У роботі представлено метод розширення лінійної технологічної моделі фон Неймана на диференційовані трудові ресурси двох категорій (кваліфікованих та некваліфікованих) та сферу їх відтворення – демографічні та освітній процеси. Демографічні процеси відображають природний рух населення, а освітній – набуття кваліфікації. Така модель може дозволити прогнозувати динаміку диференційованих трудових ресурсів, а також виробничої та освітньої системи в їх взаємозв’язку при обмежених трудових та матеріальних ресурсах, досліджувати параметри освітньої та виробничої сфер тощо. Був отриманий загальний вигляд технологічних матриць агрегованої моделі, формули динаміки інтенсивності процесів для рівноважного та нерівноважного випадків. При дослідженні нерівноважної ситуації за допомогою моделі можна також вивчати динаміку незайнятого населення.

***Ключові слова*:** моделювання економіки, лінійна технологічна модель, трудові ресурси, демографічна ситуація, освітній процес, кваліфіковані та некваліфіковані

Манжула Светлана

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ТРУДОВЫМИ РЕСУРСАМИ ДВУХ КАТЕГОРИЙ

В работе представлен метод расширения линейной технологической модели фон Неймана на дифференцированные трудовые ресурсы двух категорий (квалифицированных и неквалифицированных) и сферу их воспроизводства – демографические и образовательный процессы. Демографические процессы отражают естественное изменение численности населения, а образовательный – получение квалификации. Такая модель может позволить прогнозировать динамику дифференцированных трудовых ресурсов, а также производственной и образовательной системы в их взаимосвязи при ограниченных трудовых и материальных ресурсах, исследовать параметры образовательной и производственной сфер и т. д. Были получены технологические матрицы агрегированной модели в общем виде, формулы динамики интенсивностей процессов для равновесного и неравновесного состояний. При изучении неравновесной ситуации с помощью данной модели также можно выявлять динамику незанятого населения.

***Ключевые слова*:** моделирование экономики, линейная технологическая модель, трудовые ресурсы, демографическая ситуация, образовательный процесс, квалифицированные и неквалифицированные.

Manzhula Svitlana

THE ECONOMY SYSTEM TECHNOLOGICAL MODEL WITH LABOR RESOURCES OF TWO CATEGORIES

In the article there is the von Neumann linear technological model expanding method represented. This model was expanded on labor resources of two categories (qualified and unqualified) and their reproduction sphere – demographic and educational processes. The demographic processes represent natural changes of labor resources quantity, and educational processes affect their quality through getting the qualification. The model may allow forecasting the differentiated labor resources dynamics and also production and educational systems development in their interaction under limited labor and material resources. Also the model can be useful for the study of the educational and production sectors parameters. In the article were obtained technological matrices of the aggregated model in general, formulas of the processes intensity dynamics for the equilibrium and non-equilibrium states. In the non-equilibrium case with the model once can study the dynamics of unemployed.

Keywords**:** modeling of economy, linear technological model, labor resources, demographic situation, educational process, qualified and unqualified.

Постановка проблеми. У базисних технологічних моделях зображаються, в першу чергу, виробничі процеси, для яких відносно легко будувати лінійні технологічні зв’язки між витратами та результатом (наприклад, моделі фон Неймана [1] та Леонтьєва [2, 22 с.]). Базисні моделі відображають найголовнішу складову економічної системи – виробничу систему. Але з останньою пов’язана низка інших систем – фінансова, соціальна, освітня тощо. Причому вплив цих систем одна на одну є взаємним. Особливу увагу слід звернути на трудові ресурси (ТР), як основний фактор виробництва, на демографічну складову та освітню систему.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Технологічні моделі мають широкий спектр застосування в моделюванні економіки. У роботах [3-5] представлені дослідження двох основних лінійних технологічних моделей, що згадані вище. Метод розширення лінійних технологічних моделей, що дозволяє збільшити сферу їх застосування, був запропонований у роботі [6]. А у роботах [7; 8] представлено моделі, що розширено на ТР.

Невирішені раніше частини проблеми. У наведених вище роботах чисельність ТР різних категорій чи зовсім не відображалась, чи змінювалась незалежно від параметрів системи освіти. Для урахування демографічної складової можна обмежитись основними тенденціями, бо чіткий вплив виробничої системи на приріст населення виявити важко. Проте, щоб прогнозувати чисельність ТР різних категорій, потрібно внести в базисну модель відображення освітньої або освітньо-демографічної системи.

Постановка завдання. Ціллю даної роботи є побудова підходу, що встановлює зв'язок динаміки виробничої системи із динамікою ТР двох категорій на основі метода технологічних моделей. За базисну модель обрано модель фон Неймана.

Основний матеріал дослідження. Для досягнення поставленої цілі запропонована модель включає в себе виробничу, освітню, а також демографічну складову. Це дає змогу встановити динамічний взаємозв'язок між цими компонентами, а також з'ясувати, чи зможе існуюча освітня система забезпечувати виробництво необхідними кадрами, враховуючи матеріальні обмеження.

Модель, що представлена в даній роботі, спрощена таким чином:

– Відображається лише та частина населення, що складає ТР;

– Демографічні показники, такі як народжуваність та смертність, є сталими;

– Всі ТР поділено на дві категорії – некваліфіковані та кваліфіковані ТР;

– Процес навчання триває один період;

– Не можна одночасно працювати та навчатись;

– Навчатись можуть лише некваліфіковані ТР, а навчати – лише кваліфіковані ТР;

– ТР різних категорій не є взаємозамінними;

– Не враховується трудова міграція.

Технологічна модель [1] розглядає економіку як сукупність процесів та продуктів, що використовуються та виробляються процесами. В розширеній моделі, що представлена в роботі, виокремлено такі процеси:

1) Демографічний процес – це процес, чи група процесів, що відображає природній рух населення. Витратами демографічного процесу є споживчі продукти. Випуск процесу – це відновлені ТР, тобто нові ТР та всі ТР, що були зайняті чи незайняті та відновили свою здатність до праці завдяки споживанню. Так як ТР різних категорій можуть відрізнятись за демографічними (смертність, вплив на народжуваність) та споживчими характеристиками, слід представити демографічний процес групою, що містить стільки процесів, скільки виділено категорій ТР. Тобто, в даній моделі їх два. Кожен з демографічних процесів показує внесок в демографічний рух кожної з категорій ТР.

2) Освітні процеси – група процесів, що перетворюють ТР однієї категорії в ТР іншої. Ці процеси споживають як матеріальні

продукти, так і робочу силу, що представлена кваліфікованими ТР, а також використовують учнів (як сировину). Випуск освітніх процесів – це ТР деякої категорії, що є вищою за категорію ТР, що навчались. В даному випадку у моделі буде лише один агрегований освітній процес, так як є лише один узагальнений рівень кваліфікації. Цей процес буде відображати набуття ТР кваліфікації, тобто деяких спеціальних навичок, знань та вмінь.

3) Виробничий технологічний процес, що відображає агреговані виробничі процеси. Він забезпечує зайнятість ТР у виробничій сфері та виробництво матеріальних продуктів. Витрати даного процесу – матеріальні продукти (сировина, матеріали тощо) та робоча сила, що представлена некваліфікованими та кваліфікованими ТР.

Отже модель буде містити чотири процеси з наступними індексами: 1) демографічний процес для некваліфікованих ТР; 2) демографічний процес для кваліфікованих ТР; 3) освітній процес; 4) виробничий процес.

Під некваліфікованими ТР тут розуміються люди, що досягли працездатного віку та мають тільки середню освіту або жодної, тобто, не мають спеціальних знать, вмінь, навичок. Кваліфіковані ТР – люди, що досягли працездатного віку та мають деяку освіту, вищу за середню. Причому в моделі не розглядається вихід на пенсію, тобто люди пенсійного віку теж вважаються ТР.

Процеси у моделі мають характеристику – інтенсивність ($\mathbf{y}(t)=\{y_j(t)\},\ j=1,..,4$), що прямо пропорційна результату діяльності процесу. В даній моделі для демографічних процесів – це загальна чисельність ТР відповідної категорії, тобто $y_1(t)$ – чисельність некваліфікованих, а $y_2(t)$ – кваліфікованих ТР у періоді t. Для виробничого та освітнього процесів – це загальна чисельність робітників. Причому прийнято, що в освітньому процесі працівниками є тільки викладачі, отже його інтенсивність – це чисельність зайнятих у ньому кваліфікованих ТР. Тобто, $y_3(t)$ – чисельність вчителів, а $y_4(t)$ – загальна чисельність кваліфікованих та некваліфікованих робітників, що зайняті у виробничій сфері.

Процеси використовують та виробляють сукупність продуктів. «Продуктами» даної моделі є, по-перше, ТР різних категорій. Таких категорій дві, отже перші два продукти з індексами 1 та 2 відповідно –

це некваліфіковані та кваліфіковані ТР.

По-друге, до сукупності продуктів додається ще один агрегований продукт – вартість всіх матеріальних продуктів, що виробляються агрегованим виробничим процесом, який позначається індексом 3. Тобто, це відображення ВВП.

Загальна кількість використаних та випущених продуктів деяким процесом за один період прямо залежить від його інтенсивності. Коефіцієнти, що показують витрати та випуск деякого продукту певним процесом на одиницю інтенсивності згруповано до технологічних матриць витрат **A={**a_{ij}**}** та випуску **B={**b_{ij}**}** відповідно, де i=1,2,3, j=1,2,3,4. Отже, розмірність технологічних матриць даної моделі 3×4. Коефіцієнти даних матриць вважаються сталими.

За допомогою технологічних матриць та вектору інтенсивності можна визначити, наприклад, вектори використання та випуску кожного продукту всіма процесами у періоді t, як $\mathbf{A}\cdot\mathbf{y}(t)$ та $\mathbf{B}\cdot\mathbf{y}(t)$ відповідно. Або загальну кількість продукту i, що використовується в системі: $\sum_{j=1}^{4} a_{ij}\cdot y_j(t)$, тощо.

Треба відмітити, що специфічні освітні та демографічні процеси мають свої особливості відносно використання та випуску тих чи інших продуктів. У матрицях **A** та **B** деякі елементи є нульовими. По-перше, демографічні процеси не використовують ТР в якості працівників, й ТР не потрапляють до витрат цих процесів. Тому в матриці **A** коефіцієнти a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} дорівнюють нулю. По-друге, ТР не випускаються виробничими процесами, тому $b_{14}=b_{24}=0$. По-третє, демографічні та освітні процеси не випускають матеріальні продукти, тому $b_{31}=b_{32}=b_{33}=0$. Крім того, некваліфіковані ТР напряму не впливають на відновлення кваліфікованих ТР, звідси $b_{21}=0$.

Для освітнього процесу a_{13} є нормативною величиною, що вказує чисельність учнів на одного вчителя. В даному випадку це є достатньо жорстким обмеженням, бо насправді цей показник має бути не скалярною величиною, а деяким діапазоном. Крім того, так як модель значно спрощена, тут цей коефіцієнт є середнім від чисельності кваліфікованих випускників на одного викладача за один період. А коефіцієнт a_{23} дорівнює одиниці, бо на одиницю інтенсивності тут припадає один кваліфікований працівник (вчитель, викладач).

Коефіцієнти a_{14} та a_{24} показують, відповідно, частку некваліфікованих та кваліфікованих ТР зайнятих у виробничому технологічному процесі. Дані коефіцієнти можуть вказувати співвідношення ТР різних категорій, що є оптимальним для виробничої системи. Їх сума дорівнює одиниці.

Останній, третій рядок матриці **A** показує фінансові витрати процесів на одиницю інтенсивності на матеріальні продукти, тобто, на все окрім заробітної плати та стипендії. Для демографічних процесів – це витрати на споживчі товари за один рік на одиницю ТР тієї чи іншої кваліфікації. Тобто, це може бути, наприклад, річний прожитковий мінімум для ТР різних категорій, або вартість споживчого кошика. Витрати на матеріальні ресурси є й у двох інших процесах. Це потрібно враховувати, бо нестача цих ресурсів може обмежувати інтенсивність освітнього та/або виробничого процесів.

Зрозуміло, що ТР не витрачаються, як матеріальні продукти, але й не залишаються у виробництві чи освітній сфері. Тому в матриці **B** відображено їх вивільнення – щорічне звільнення наприкінці періоду, наприклад, через закінчення дії трудового договору. При цьому ТР, що були зайняті, вивільняються з виробничого чи освітнього процесу. Але було прийнято, що ТР не можуть бути випуском виробничого процесу. Крім того в цьому разі заробітна плата була би доходом виробничого процесу. Тому ТР по закінчені одного періоду переходять до відповідного демографічного процесу, що відображено у коефіцієнтах b_{11} та b_{22}. Таким чином, демографічні процеси можна розглядати як домогосподарства.

Додатна частина коефіцієнта b_{11} – кількість нових ТР, що з'явились за рахунок некваліфікованих ТР, та некваліфіковані ТР, що вивільняються з виробничого процесу, на одного некваліфікованого. Очевидно, що нові ТР є некваліфікованими. Від'ємна частина – смертність некваліфікованих ТР. Також слід врахувати те, що кількість ТР першої категорії зменшується через перехід деякої їх частини до кваліфікованих.

$$b_{11} = 1 - \delta_1 + \beta_1 - a_{13} \cdot \frac{y_3(t)}{y_1(t)},$$

де δ_1 – коефіцієнт смертності для некваліфікованих ТР, а β_1 – коефіцієнт народжуваності за рахунок некваліфікованих ТР.

Але в цьому разі коефіцієнт b_{11} у загальному випадку не є сталим, бо формула для його визначення містить інтенсивність двох процесів. Тому було вирішено перемістити несталий елемент формули до іншого процесу, а саме – до освітнього, до формули коефіцієнта b_{13}, який мав би бути нульовим. На загальний баланс це не вплине. Таким чином:

$$b_{11} = 1 - \delta_1 + \beta_1 .$$

Коефіцієнт b_{12} показує чисельність нових ТР, що з'явились за рахунок кваліфікованих ТР, на одну кваліфіковану людину, а b_{22} – вивільнення кваліфікованих ТР, що були зайняті, за вирахуванням смертності:

$$b_{12} = \beta_2 \, , \; b_{22} = 1 - \delta_2 \, ,$$

де β_2 та δ_2 – відповідно коефіцієнти народжуваності за рахунок кваліфікованих ТР та смертності ТР цієї ж категорії.

Треба відмітити, що в даній моделі під коефіцієнтами народжуваності розуміється коефіцієнт регресії, що встановлює зв'язок між чисельністю ТР у поточному році та чисельністю тих, хто на початку наступного періоду може вже вважатись ТР.

Але структура ТР змінюється не тільки під впливом демографічних факторів, а ще й під впливом освітнього процесу. Освітній процес не збільшує загальну чисельність ТР, й в цьому сенсі не випускає нові ТР. Цей процес зменшує чисельність некваліфікованих ТР, та збільшує чисельність кваліфікованих ТР на таку саму величину. Також тут враховується смертність. Це відображено у наступних коефіцієнтах:

$$b_{13} = -a_{13} + a_{13} \cdot \delta_1 \le 0 \, , \; b_{23} = -b_{13} \ge 0 \, .$$

Як було вказано вище, коефіцієнт b_{13} має формальний характер і не може бути названий коефіцієнтом випуску.

Останній коефіцієнт матриці **B** b_{34} показує вартість випущених виробничою системою матеріальних продуктів у розрахунку на одного зайнятого.

Враховуючи всі особливості, що були описані вище технологічні матриці можна записати так:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 0 & 1 & 1 - a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}, \; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 + \beta_1 - \delta_1 & \beta_2 & -a_{13} \cdot (1 - \delta_1) & 0 \\ 0 & 1 - \delta_2 & a_{13} \cdot (1 - \delta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Як видно, вимогам до коефіцієнтів, що поставив фон Нейман [1], матриці (1) не задовольняють, бо кваліфіковані ТР не є ані витратами, ані випуском для першого демографічного процесу. Більш того коефіцієнт b_{31} матриці випуску є від'ємним, що не припускалось навіть в пом'якшених умовах Кемені-Моргенштерна-Томпсона [9, с.171].

Як в матриці **A**, так і в матриці **B** останні стовпчик та рядок відображають агреговану зовнішню середу для відкритої демографічно-освітньої підсистеми. Припускається, що достатньо довгий час демографічні показники, такі як темпи народжуваності та смертності не змінюються, а зовнішня середа не впливає на демографічні процеси.

Основним динамічним показником даної моделі є інтенсивність. З урахуванням прийнятих припущень, можна записати наступні формули для визначення інтенсивності демографічних

процесів, що дорівнює загальній чисельності ТР відповідної категорії (тобто, загальному випуску ТР певної категорій):

$$\begin{aligned} y_1(t+1) &= \sum_{j=1}^{4} b_{1j} \cdot y_j(t) = b_{11} \cdot y_1(t) + b_{12} \cdot y_2(t) + b_{13} \cdot y_3(t); \\ y_2(t+1) &= \sum_{j=1}^{4} b_{2j} \cdot y_j(t) = b_{22} \cdot y_2(t) + b_{23} \cdot y_3(t). \end{aligned} \tag{2}$$

Як видно, формули (2) нічим не відрізняються від формул для знаходження загального випуску деякого продукту у лінійній технологічній моделі фон Неймана. Крім того, якщо скласти інтенсивності цих обох процесів, підставивши у (2) формули для коефіцієнтів матриці випусків, стане зрозуміло, що це формула для підрахунку чисельності населення без урахування міграції:

$$\begin{aligned} & y_1(t+1) + y_2(t+1) = y_1(t) - \delta_1 \cdot y_1(t) + \beta_1 \cdot y_1(t) + \beta_2 \cdot y_2(t) - a_{13} \cdot (1-\delta_1) \cdot y_3(t) + \\ & + y_2(t) - \delta_2 \cdot y_2(t) + a_{13} \cdot (1-\delta_1) \cdot y_3(t) = N(t+1), \end{aligned}$$

де N(t+1) – загальна кількість ТР в періоді t+1.

Знайдемо, як змінюється інтенсивність освітнього та виробничого процесів. Поки що припустимо, що наявність матеріальних продуктів на них не впливає, а також, що немає безробітних. Тоді можна записати матеріальний баланс для ТР (всі ТР або навчаються, або працюють):

$$\sum_{j=1}^{4} a_{ij} \cdot y_j(t+1) = \sum_{j=1}^{4} b_{ij} \cdot y_j(t)\text{, для } i\text{=1,2.}$$

Або в розгорнутому вигляді, з урахуванням (1) та (2) для періоду t:

$$\begin{cases} a_{13} \cdot y_3(t) + a_{14} \cdot y_4(t) = y_1(t); \\ y_3(t) + a_{24} \cdot y_4(t) = y_2(t). \end{cases} \tag{3}$$

Система (3) має єдине рішення:

$$y_3(t) = \frac{y_1(t) \cdot a_{24} - y_2(t) \cdot a_{14}}{a_{13} \cdot a_{24} - a_{14}},\ y_4(t) = \frac{y_2(t) \cdot a_{13} - y_1(t)}{a_{13} \cdot a_{24} - a_{14}}. \tag{4}$$

Якщо побудувати модель за цим принципом, можна побачити, що динаміка ТР має характер коливань, що затухають або ні, в залежності від технологічних коефіцієнтів.

Але формули (4) мають суттєвий недолік – не виключено виникнення від'ємної інтенсивності, а це суперечить сутності даного показника. Знаменник стає меншим або рівним нулю у випадках, що навряд чи зустрінуться на практиці. Тому прийнято, що чисельність некваліфікованих ТР на одного викладача в освітньому процесі є набагато більшою, ніж частка некваліфікованих у виробничому.

Потрібно внести певні обмеження. Формули (4) вносяться до кусочно-лінійної функції:

$$\begin{aligned} y_3(t) &= \max\left(0, \min\left(\frac{y_1(t) \cdot a_{24} - y_2(t) \cdot a_{14}}{a_{13} \cdot a_{24} - a_{14}}, \min\left(y_2(t), \frac{y_1(t)}{a_{13}}\right)\right)\right), \\ y_4(t) &= \max\left(0, \min\left(\frac{y_2(t) \cdot a_{13} - y_1(t)}{a_{13} \cdot a_{24} - a_{14}}, \min\left(\frac{y_2(t)}{a_{24}}, \frac{y_1(t)}{a_{14}}\right)\right)\right). \end{aligned} \tag{5}$$

Формули (5) виключають від'ємні інтенсивності. При цьому в моделі може виникнути ситуація з безробіттям. Чисельність незайнятих обох категорій, тобто тих, хто не навчається та не працює, можна визначити з формул (3):

$$u_1(t) = y_1(t) - a_{13} \cdot y_3(t) - a_{14} \cdot y_4(t);$$

$$u_2(t) = y_2(t) - y_3(t) - a_{24} \cdot y_4(t),$$

де $u_1(t)$ та $u_2(t)$ – відповідно чисельність незайнятих некваліфікованих та кваліфікованих ТР в періоді t.

Можна показати, що за заданих припущень структура ТР з часом прямує до такої, що необхідна виробничій системі, тобто співвідношення некваліфікованих та кваліфікованих ТР стає приблизно рівним a_{14}:a_{24}.

Але крім обмежень за робочою силою потрібно враховувати обмеження за матеріальними продуктами. Отже, якщо модель замкнена, не можна спожити продуктів більше, ніж було вироблено:

$$\sum_{j=1}^{4} a_{3j} \cdot y_j(t+1) \le \sum_{j=1}^{4} b_{3j} \cdot y_j(t), \text{ або:}$$

$$a_{31} \cdot y_1(t) + a_{32} \cdot y_2(t) + a_{33} \cdot y_3(t) + a_{34} \cdot y_4(t) \le b_{34} \cdot y_4(t-1).$$

Як видно, в даному виразі невідомих величин немає. Але, це співвідношення може не виконуватись, адже при визначені інтенсивності $y_3(t)$ та $y_4(t)$ не були узгоджені з наявністю матеріальних продуктів.

Вважається, що збільшення чи зменшення кількості матеріальних продуктів ніяк не впливає на інтенсивність

демографічних процесів. В моделі представлена ситуація орієнтації на споживання населення. В першу чергу продукти виділяються на споживання. Далі – на потреби виробництва, а в останню чергу – в сферу освіти.

З урахуванням існуючих обмежень за матеріальними продуктами та формули (5) для інтенсивності отримуємо :

$$y_4^*(t) = \max\left(0, \min\left(y_4(t), \frac{b_{34} \cdot y_4^*(t-1) - a_{31} \cdot y_1(t) - a_{32} \cdot y_2(t)}{a_{23}}\right)\right),$$
$$y_3^*(t) = \max\left(0, \min\left(y_3(t), \frac{b_{34} \cdot y_4^*(t-1) - a_{31} \cdot y_1(t) - a_{32} \cdot y_2(t) - a_{34} \cdot y_4^*(t)}{a_{33}}\right)\right). \quad (6)$$

Формули (6) визначають динаміку виробничої та освітньої систем при обмеженнях на чисельність ТР та кількість матеріальних продуктів. Формули (2) та (6) визначають динаміку моделі.

В ідеальному випадку (магістральний розвиток), коли спостерігається повна зайнятість ($y_i(t) = a_{i3} \cdot y_3(t) + a_{i4} \cdot y_4(t)$, i=1,2) та споживаються всі матеріальні ресурси без залишку (аргументи функції min у формулі для $y_3^*(t)$ є рівними), можна вивести з (2) та (6) формули матеріального балансу для замкненої системи:

$$\begin{cases} a_{13} \cdot y_3(t+1) + a_{14} \cdot y_4(t+1) = b_{11} \cdot y_1(t) + b_{12} \cdot y_2(t) + b_{13} \cdot y_3(t); \\ y_3(t+1) + a_{24} \cdot y_4(t+1) = b_{22} \cdot y_2(t) + b_{23} \cdot y_3(t); \\ a_{31} \cdot y_1(t+1) + a_{32} \cdot y_2(t+1) + a_{33} \cdot y_3(t+1) + a_{34} \cdot y_4(t+1) = b_{34} \cdot y_4(t). \end{cases}$$

Тобто, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{y}(t+1) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{y}(t)$ для технологічних матриць (1).

При використанні моделі може скластись ситуація, коли кількості продуктів не буде вистачати навіть для населення при заданих нормах споживання. Таке може трапитись у глибокому занепаді економічної системи. При цьому, як правило знижується споживання та, відповідно, якість життя. Якщо у моделі з'являється така ситуація, виробнича та освітня системи згортаються.

В роботі запропоновано принципи побудови лінійної технологічної моделі з освітнім процесом. Вона є значно спрощеною, але може відображати загальні тенденції. Багато з її недоліків можна усунути, додатково розширюючи модель, додаючи нові процеси та продукти.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Отримана технологічна модель, що розширена на ТР двох категорій, може

відображати динаміку виробничого та освітнього процесів у їх взаємозв'язку при обмежених трудових та матеріальних ресурсах з урахуванням демографічної ситуації.

Щоб прогнозувати кількість нових ТР, чи абітурієнтів більш точно, можна виокремити демографічний процес з матриць зі сталими коефіцієнтами та використовувати відомі абсолютні величини по народжуваності минулих років. Але така модель буде мати певні часові обмеження.

В модель може бути внесено поняття ціни продуктів. Для агрегованих продуктів це може бути індекс цін, для ТР – заробітна плата, стипендія, для освітніх послуг – ціна навчання. Також є потреба у відображенні трудової міграції.

Для багатьох освітніх процесів навчання триває більше одного року, отже виникнуть лаги різної довжини. При побудові складної моделі з розгорнутою класифікацією ТР та освітніх процесів можна виокремити освітню сферу в самостійну відкриту модель.

Література

1. Neumann J. von, A Model of General Economic Equilibrium / J.

von Neumann // The Review of Economic Studies. – 1945-1946. – Vol. 13, No.1. – pp. 1-9.

2. Леонтьев В. В. Межотраслевая экономика / В. В. Леонтьев. – М.: Экономика, 1997. – 479 с.

3. Ляшенко И. Оптимальная траектория модели динамического межотраслевого баланса открытой экономики / И. Ляшенко, Е. Ляшенко // XI-th International Conference KDS 2005, Varna (Bulgaria). – Varna, 2005. – Volume 1. – pp. 212-217.

4. Zalai Ernő. The von Neumann Model and the Early Models of General Equilibrium [Електронний ресурс] // Working Paper: BCE Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés tanszék. – Budapest, 2003. – Режим доступу: http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/245/.

5. Fujio M. Undiscounted optimal growth in a Leontief two-sector model with circulating capital: The case of a capital-intensive consumption good // Journal of Economic Behavior & Organization. – 2008. – Vol. 66. – pp. 420-436.

6. Якуб Е. С. О возможностях расширения технологической модели экономики фон Неймана / Е. С. Якуб // Современные проблемы моделирования социально-экономических систем: монография / под ред. В. С. Пономаренко, Н. С. Кизима, Т. С. Клебановой. – Х.: ИД ИНЖЭК, 2009. – С. 78-93.

7. Yakub E. S. Extended Technological Model of an Open Economy / E. S. Yakub, S. P. Manzhula // Socio-economic Research Bulletin. – Odessa: OSEU, 2011. – Issue 41, Part 1. – pp. 115-121.

8. Манжула С. Диференційовані трудові ресурси в лінійних технологічних моделях / С. Манжула // Науковий вісник. – О.: ОДЕУ, 2008. – №6 (62). – С. 107-116.

9. Моришима М. Равновесие, устойчивость, рост (Многоотраслевой анализ) / Пер. с англ. В. А. Булавского, Б. А. Вертгейма, А. М. Рубинова, под общ. ред. В. Л. Макарова. – М.: Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – 280 с.

1. Neumann J. von, A Model of General Economic Equilibrium / J. von Neumann // The Review of Economic Studies. – 1945-1946. – Vol. 13, No.1. – pp. 1-9.

2. Leontev V. V. Mezhotraslevaya ekonomika / V. V. Leontev. –

M: Ekonomica, 1997. – 479 s.

3. Lyashenko I. Optimalnaya traektoriya modeli dinamicheskogo mezhotraslevogo balansa otkrytoy ekonomiki / I. Lyashenko, E. Lyashenko // XI-th International Conference KDS 2005, Varna (Bulgaria), – Varna, 2005. – Volume 1. – pp. 212-217.

4. Zalai Ernő. The von Neumann Model and the Early Models of General Equilibrium [Електронний ресурс] // Working Paper: BCE Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés tanszék. – Budapest, 2003. – Режим доступу: http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/245/.

5. Fujio M. Undiscounted optimal growth in a Leontief two-sector model with circulating capital: The case of a capital-intensive consumption good // Journal of Economic Behavior & Organization, Vol. 66 (2008), pp. 420-436.

6. Yakub E. S. O vozmozhnostyakh rasshireniya tekhnologicheskoy modeli ekonomiki fon Neymana / Yakub E. S. // Sovremennye problemy modelirovaniya sotsialno-ekonomicheskikh sistem: monografiya / pod red. V. S. Ponomarenko, N. S. Kizima, T. S. Klebanovoy. – Kh.: ID INZHEK, 2009. – S. 78-93.

7. Yakub E. S. Extended Technological Model of an Open Economy / E. S. Yakub, S. P. Manzhula // Socio-economic Research Bulletin. – Odessa: OSEU, 2011. – Issue 41, Part 1. – pp. 115-121.

8. Manzhula S. Dyferentsiiovani trudovi resursy v liniinykh tekhnologichnykh modelyakh / S. Manzhula // Naukovii Visnyk. – O.: ODEU, 2008. – № 6 (62). – S. 107-116.

9. Morishima M. Ravnovesie, ustoychivost, rost (Mnogootraslevoy analiz) / Per. s angl. V. A. Bulavskogo, B. A. Vertgeyma, A. M. Rubinova, pod obshch. red. V. L. Makarova. – M: Izd-vo «Nauka», Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1972. – 280 s.

Рецензент: *Якуб Є. С., д.ф.-м. наук, професор, зав. кафедрою економічної кібернетики Одеського національного економічного університету*

27.08.2015