10. Yakhontova E. Upravlenye rezul'tatyvnost'yu: 10 shahov ot ydey k real'nыm rezul'tatam // Heneral'nыy dyrektor [Elektronnyy resurs]. – Rezhym dostupu: https://www.gd.ru/articles/3029-upravlenie-rezultativnostyu

11. Porter Maykl E. Konkurentsyya [Tekst] / M.E. Porter; per. s anhl. O.L. Pelyavskoho y dr. – M.: Vyl'yams, 2005. – 608 s.

12. Kaplan R.S. Sbalansyrovannaya systema pokazateley, yzmeryayushchykh эffektyvnost' [Tekst]/ R.S. Kaplan, D.P. Norton // Yzmerenye rezul'tatyvnosty kompanyy. – M.: Al'pyna Byznes Buks, 2006. – S.123–144. – (Klassyka Harvard Business Review).

16.10.2018

УДК 336.018
JEL Classification: G 120

Орлов Євген

МОМЕНТНИЙ ПІДХІД ДО ОПИСУ ДИНАМІКИ ЦІН АКЦІЙ

Для опису динаміки цін акції застосовуються дифузійні моделі, які дозволяють враховувати випадковий характер поведінки ціни акції в залежності від часу. Подібний підхід не враховував розривний характер поведінки ціни акцій і тому не дозволяє моделювати поведінку в усіх часових проміжках. В цьому випадку скачки цін моделюються пуасонівскім процесом, який разом с дифузійною компонентою дозволяє описувати характер поведінки динамічної системи. Але дану проблему можна розглядати з іншого боку, а саме, за допомогою представлень про поведінку динамічних систем. Динамічна система може знаходитися в двох станах рівноваги, в яких не відбувається дисипація енергії. У обох цих станах система є недиссипативною. Проте, якщо розглянути перехід з одного рівноважного стану в інший, то при цьому відбувається розсіювання енергії. Тому, в цілому, система стає диссипативною. Прикладів подібних систем можна спостерігати в різних галузях науки: у фізиці, хімії, біології і в економіці. Зокрема, типовий характер поведінки можна спостерігати в залежності цін акцій від часу.

У даній роботі на основі методу моментів проведено моделювання динамічних характеристик дисипативних систем, таких як ціни на акції. Облік тільки парних моментів не дозволяє описати присутність в системі сил, що мають дисипативний характер. Тому при побудові характеристик системи були враховані також непарні моменти. Це дозволило отримати вірний характер поведінки коефіцієнта дифузії розглянутої динамічної системи. Оскільки дана залежність носить стохастичний характер, то для перевірки адекватності запропонованої моделі необхідно погоджувати поведінку її динамічних характеристик. Зокрема, коефіцієнта дифузії, в’язкості, седиментації, розсіяння та інших. Результати роботи дозволяють надалі побудувати комп'ютерні моделі розглянутого економічного процесу.

***Ключові слова*:** динаміка цін акцій, моментний метод, дисипативні системи, не дисипативні системи, нерівноважні процеси, скачки цін акцій.

Орлов Евгений

МОМЕНТНЫЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ ДИНАМИКИ ЦЕН АКЦИЙ

Для описания динамики цен акций используются диффузионные модели, которые позволяют учитывать случайный характер поведения цены акции в зависимости от времени. Подобный подход не учитывает разрывный характер поведения цены акций и поэтому не позволяет моделировать поведение во всех временных интервалах. В этом случае скачки цен моделируются пуассоновским процессом, который вместе с диффузионной компонентой позволяет описать характер поведения динамической системы. Но данную проблему можно рассматривать с другой стороны, а именно, с помощью представлений о поведении динамических систем. Динамическая система может находиться в двух состояниях равновесия, в которых не происходит диссипация энергии. В обоих этих состояниях система является недиссипативной. Однако, если рассмотреть переход из одного равновесного состояния в другое, то при этом происходит рассеивание энергии. Поэтому, в целом, система становится диссипативной. Примеров подобных систем можно наблюдать в различных областях науки: в физике, химии, биологии и в экономике. В частности, типичный характер поведения можно наблюдать в зависимости цен акций от времени.

В данной работе на основе метода моментов проведено моделирование динамических характеристик диссипативных систем, таких как цены на акции. Учет только четных моментов не позволяет описать присутствие в системе сил, которые имеют диссипативный характер. Поэтому при построении характеристик системы были учтены также нечетные моменты. Это позволило получить верный характер поведения коэффициента диффузии рассмотренной системы. Так как рассматриваемая зависимость носит стохастический характер, то для проверки адекватности предложенной модели необходимо согласовать поведение ее динамических характеристик. В частности, коэффициента диффузии, вязкости, седиментации, рассеяния и других. Результаты работы позволяют в дальнейшем построить компьютерные модели рассмотренного экономического процесса.

Ключевые слова: динамика цен акций, моментный подход, диссипативные системы, недиссипативные системы, неравновесные процессы, скачки цен акций.

Orlov Evgeniy

MOMENT APPROACH TO THE DESCRIPTIN OF DYNAMIC OF STOCK PRICE

To describe the dynamics of stock prices, diffusion models are used, which allow to take into account the random nature of price

behavior depending on time. Such an approach does not take into account the discontinuous nature of the stock price behavior and therefore does not allow modeling behavior in all time intervals. In this case, price jumps are modeled by the Poisson process, which, together with the diffusion component, allows us to describe the behavior of the dynamic system. But this problem can be considered on the other hand, namely, with the help of ideas about the behavior of dynamic systems. A dynamic system can be in two equilibrium states in which there is no energy dissipation. In both of these states, the system is non-dissipative. However, if we consider the transition from one equilibrium state to another, then the energy dissipates. Therefore, in general, the system becomes dissipative. Examples of such systems can be observed in various fields of science: in physics, chemistry, biology and economics. In particular, the typical behavior can be observed depending on the price of stocks on time.

In this work on the basis of the method of moments, modeling of the dynamic characteristics of dissipative systems, such as stock prices, has been carried out. Taking into account only even moments does not allow describing the presence in the system of forces that are dissipative in nature. Therefore, when building the characteristics of the system, odd moments were also taken into account. This made it possible to obtain the correct behavior of the diffusion coefficient of the considered system. Since the dependence under consideration is of a stochastic nature, to verify the adequacy of the proposed model, it is necessary to coordinate the behavior of its dynamic characteristics. In particular, the diffusion coefficient, viscosity, sedimentation, scattering and others. The results of the work allow us to further build computer models of the considered economic process.

Key words: stock price dynamics, moment approach, dissipative systems, non dissipative systems, nonequilibrium processes, stock price jumps.

DOI: 10.32680/2409-9260-2018-10(262)-161-177

Постановка проблеми. Для побудови математичної моделі динаміки зміни цін акцій у часі використовуються добре вивчені у фізиці дифузійні процеси. Проте, звичайний дифузійний процес не в змозі описати розривний характер стрибків в залежності цін акцій від часу. Одним з рішень подібної задачі є використання моделі дифузійного процесу із скачками. З іншого боку схожа ситуація спостерігається при вивченні поведінки дисипативних систем. Система може знаходитися в двох рівноважних станах, в кожному з яких відсутня дисипація енергії. Якщо розглядати ці два стани окремо, то в кожному з них система є недисипативною. При переході системи з одного рівноважного (недисипативного) стану в інший (аналог стрибка цін), відбувається дисипація енергії. Таким чином, система в цілому має дисипативний характер.

У даній роботі запропонований опис динаміки дисипативної системи на основі методу моментів. Для опису динамічних систем враховуються лише парні моменти. Але облік лише парних моментів не дозволяє описати наявність в системі сил, що мають дисипативний характер. Тому при побудові динамічних характеристик системи були враховані також непарні моменти. Це дозволило отримати правильний характер поведінки коефіцієнта дифузії в даній системі. Що, у свою чергу, свідчить про адекватність прийнятих припущень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задача відновлення функції по її частотним моментам була вирішена ще на початку минулого століття [1,2], але широкого фізичного застосування вона не отримала, тому що вона є невизначеною. Проте в роботах [3,4] було показано, що ґрунтуючись на фізичних міркуваннях, можна визначити конкретний вид функцій, які в загальній теорії є довільними. Це дозволило застосувати метод моментів для вирішення деяких фізичних завдань.

При моделюванні фізичних процесів прийнято вважати непарні моменти рівними нулю, в силу симетрії динамічних характеристик системи (наприклад, спектральної щільності) відносно нульової частоти. У роботі [5] показано, що в таких системах, як суспензія броунівських часток непарні моменти відмінні від нуля в наслідку дисипативного характеру системи, обумовленого присутністю сил тертя.

Метою статті є проведення спроби побудови динамічних характеристик дисипативної системи на основі методу моментів за допомогою обліку окрім парних частотних моментів також і непарних. Відмінність останніх від нуля є наслідком дисипативного характеру системи.

Виклад основного матеріалу. Класична проблема моментів Гамбургера [1] полягає в наступному. Хай є деяка функція $\sigma(\omega)$, неубуваюча на всій області її визначення. Необхідно визначити явний вигляд цієї функції по відомому набору її статичних моментів s_k, заданих за допомогою лінійного функціоналу б:

$$s_k = б\left\{\omega^k\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^k d\sigma(\omega) \qquad k = 0,1,2,...$$

Якщо існую єдиний (з точністю до константи) розв'язок такої задачі, то кажуть, що проблема моментів є визначеною. Якщо відомо скінчене число $2n+1$ - перших моментів функції $\sigma(\omega)$, то в цьому випадку, відповідно класичній теоремі, проблема моментів є невизначеною, і шукані розв'язки утворюють деяку множину. Властивості цієї множини були досліджені Р. Неванлиною [1].

Для розв'язання задачі потрібно побудувати систему багаточленів

$$P_k(t) = \frac{1}{\sqrt{\Delta_{k-1}\Delta_k}} \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & ... & s_k \\ s_1 & s_2 & ... & s_{k+1} \\ ... & ... & ... & ... \\ s_{k-1} & s_k & ... & s_{2k-1} \\ 1 & t & ... & t^k \end{vmatrix},$$

де $\Delta_{-1} = 1, \Delta_k = \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & ... & s_k \\ s_1 & s_2 & ... & s_{k+1} \\ ... & ... & ... & ... \\ s_k & s_{k+1} & ... & s_{2k} \end{vmatrix}$

ортонормованих відносно функціоналу б:

б $\{P_k(t)P_n(t)\} = \delta_{nk}$.

А також спряжених з ним багаточленів $Q(t)$, які можуть бути побудовані за правилом

$$Q_k(t) = б\left\{\frac{P_k(t) - P_k(u)}{t - u}\right\}.$$

Якщо заданий деякий багаточлен

$M(t) = \lambda_0 + \lambda_1 t + ... + \lambda_n t^n$, то

б $\{M(t)\} = \lambda_0 s_0 + \lambda_1 s_1 + ... + \lambda_n s_n$.

Послідовність моментів $\{s_k\}$ строго позитивна, якщо із позитивності багаточлена $M(t)$ витікає умова б { $M(t)$ }>0.

Справедлива наступна теорема (Р. Неванліна [2]): для строго позитивної на інтервалі $(-\infty;\infty)$ скінченої послідовності моментів $\{s_k\}$ формулою

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\sigma_n(t)}{z - t} = \frac{Q_{n+1}(z) + \Omega(z)Q_n(z)}{P_{n+1}(z) + \Omega(z)P_n(z)}$$

встановлюється взаємно – однозначна відповідність між розв'язками невизначеної проблеми моментів і довільними функціями $\Omega(z)$, представленими у вигляді

$$\Omega(z) = \alpha(\Omega) + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi(t)}{t - z}$$

де α – дійсне число, $\xi(t)$ - неубуваюча функція.

У фізичних додатках, як правило, функції $\sigma_n(\omega)$ є неперервними, тому їх зручніше представити у вигляді

$$d\sigma_n(\omega) = j_n(\omega)d\omega. \qquad (1)$$

Функцію $j(\omega)$ можна ототожнити з інтенсивністю розсіяння $I(\omega)$, якщо послідовність моментів є послідовністю дійсних чисел. Якщо припустити, що моменти $s_0, s_1, s_2,...$ є функціями від $\vec{k}$ - хвильового вектора, то $j(\omega)$ можна вважати динамічним структурним фактором $S(\omega, \vec{k})$.

Відповідно флуктуаційно-дисипативній теоремі $j_n(\omega,\vec{k}) \geq 0$, отже усі необхідні вимоги теореми Неванлини виконані.

Перші три пари ортонормованих багаточленів $P_n(t)$ и $Q_n(t)$ мають наступний вигляд:

$$P_0(z) = \frac{1}{\sqrt{s_0}}, \qquad P_1(z) = \frac{s_0 z - s_1}{\sqrt{s_0(s_0 s_2 - s_1^2)}},$$

$$P_2(z) = \frac{(s_0 s_2 - s_1^2)z^2 + (s_2 s_1 - s_0 s_3)z + s_1 s_3 - s_2^2}{\sqrt{(s_0 s_2 - s_1^2)(s_0[s_2 s_4 - s_3^2] + 2s_1 s_2 s_3 - s_1^2 s_4 - s_2^3)}}, \qquad (2)$$

$$Q_0(z) = 0, \qquad Q_1(z) = \frac{s_0^2}{\sqrt{s_0(s_0 s_2 - s_1^2)}},$$

$$Q_2(z) = \frac{s_0(s_0 s_2 - s_1^2)z + 2s_0 s_1 s_2 - s_0^2 s_3 - s_1^3}{\sqrt{(s_0 s_2 - s_1^2)(s_0[s_2 s_4 - s_3^2] + 2s_1 s_2 s_3 - s_1^2 s_4 - s_2^3)}}.$$

У випадку, коли парні моменти дорівнюють нулю, система багаточленів має наступний вигляд:

$$P_0(z) = \frac{1}{\sqrt{s_0}}, \; P_1(z) = \frac{z}{\sqrt{s_2}}, \; P_2(z) = \frac{1}{\sqrt{s_2}} \frac{\frac{s_0}{s_2} z^2 - 1}{\sqrt{\frac{s_0 s_4}{s_2^2} - 1}} \qquad (3)$$

$$Q_0(z) = 0, \; Q_1(z) = \frac{s_0}{\sqrt{s_2}}, \; Q_2(z) = \frac{1}{\sqrt{s_0}} \frac{s_0^2 z}{s_2 \sqrt{\frac{s_0 s_4}{s_2^2} - 1}}.$$

Функції $j_n(\omega,\vec{k})$ можуть бути відновленими за формулою

$$j_n(\omega,\vec{k}) = -\frac{1}{\pi}\operatorname{Im}\left.\frac{Q_{n+1}(z)+\Omega(z)Q_n(z)}{P_{n+1}(z)+\Omega(z)P_n(z)}\right|_{z=\omega+i0}. \qquad (4)$$

З математичної точки зору вибір функції $\Omega(z)$ є довільним. Проте фізичні міркування накладають деякі обмеження на вигляд цієї функції.

Фізична постановка задачі. Нехай $A(\vec{r},t)$ значення деякої класичної величини у точці $\vec{r}$ в момент часу t. Флуктуаційне відхилення цієї величини від середнього значення дорівнює $\tilde{A}(\vec{r},t) = A(\vec{r},t) - \langle A(\vec{r},t)\rangle$. У зв'язку з однорідністю часу і для просторово однорідних ізотропних систем парна просторово - часова кореляційна функція визначається співвідношенням

$$F_A(\vec{r},t) = \langle \tilde{A}(\vec{r},t)\tilde{A}(0,0)\rangle. \qquad (5)$$

Її спектральна щільність $j_A(\omega,\vec{k})$ визначається за формулами

$$F_A(\vec{r},t) = \frac{1}{V}\sum_{\vec{k}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}j_A(\omega,\vec{k})e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$$

$$j_A(\omega,\vec{k}) = \int_V d\vec{r}\int_{-\infty}^{+\infty}dt F_A(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \qquad (6)$$

де V - об'єм системи. Будемо далі вважати, що функція $j_A(\omega,\vec{k})$ залежить тільки від модуля хвильового вектора $\vec{k}$ и є парною по частоті для недисипативних систем.

Якщо флуктуаційне відхилення $\tilde{A}(\vec{r},t)$ розкласти у ряд за плоскими хвилями

$$\tilde{A}(\vec{r},t) = \frac{1}{V}\sum_{\vec{k}}A(\vec{k},t)e^{i\vec{k}\vec{r}},$$

то коефіцієнти $A(\vec{k},t) \equiv A_{\vec{k}}(t)$ описують власні моді в системі і змінюються у часі за законом

$A_{\vec{k}}(t) = A_{\vec{k}}(t=0)e^{-i\omega_A(\vec{k})t}$. У відповідності до вигляду дисперсії $\omega_A(\vec{k})$ теплові моди можна розділити на релаксаційні та хвильові.

Дисперсія релаксаційних мод має вигляд $\omega(\vec{k}) = -i\Gamma(\vec{k})$, в якому $\Gamma(\vec{k})$ - дійсна та невід'ємна функція. Вона пов'язана зі спектральною щільністю $j_A(\omega,\vec{k})$ наступним співвідношенням

$$j_A(\omega,\vec{k}) = \frac{s_0(\vec{k})}{\pi}\frac{\Gamma_A(\vec{k})}{\omega^2 + \Gamma_A(\vec{k})} \qquad (7)$$

де $s_0(\vec{k}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} j_A(\omega,\vec{k})d\omega$. Якщо $\tilde{A}(\vec{r},t)$ підкорюється закону збереження, то величина $\Gamma(\vec{k})$ пропорційна $\vec{k}^2$. Так, якщо $\tilde{A}(\vec{r},t)$ поле концентрації $c(\vec{r},t)$, то $\Gamma(\vec{k}) = D\vec{k}^2$, де D - коефіцієнт дифузії.

Для хвильових мод дійсна частина $\omega_A(\vec{k})$ відмінна від нуля і набагато більша уявної а спектральна щільність дорівнює

$$j_A(\omega,\vec{k}) = \frac{s_0(\vec{k})}{\pi}\frac{\omega_0^2(\vec{k})\gamma(\vec{k})}{(\omega^2 - \omega_0^2(\vec{k}))^2 + \omega^2\gamma^2(\vec{k})} \qquad (8)$$

параметри $\omega_0(\vec{k})$ і $\gamma(\vec{k})$ є характеристиками відповідної фізичної системи [6].

У загальному випадку побудова функції $j_A(\omega,\vec{k})$ є доволі складною задачею.

Фізичний зміст моментів. Вираз для моментів, за означенням, має наступний вигляд:

$$s_n = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\omega\omega^n j_A(\vec{k},\omega)$$

або в іншому представленні

$$s_{2n}(\vec{k}) = \left\langle \overset{(n)}{\tilde{A}}(\vec{r},0)\, \overset{(n)}{\tilde{A}}(0,0) \right\rangle \qquad (9)$$

для парних моментів і

$$s_{2n+1}(\vec{k}) = \left\langle \overset{(n+1)}{\tilde{A}}(\vec{r},0)\, \overset{(n)}{\tilde{A}}(0,0) \right\rangle \qquad (10)$$

для непарних; знак (n) – означає n – кратне диференціювання: $\overset{(n)}{\tilde{A}}(\vec{r},0) = \left.\dfrac{\partial^n \tilde{A}(\vec{r},0)}{\partial t^n}\right|_{t=0}$.

Розрахунок кореляторів (9) та (10) здійснюється методами рівноважної статистичної механіки [7]. Оцінити їх величини можна наступним чином. Нехай флуктуаційною величиною $A(\vec{r},t)$ є концентрація $c(\vec{r},t)$ тоді кореляційна функція концентрації

$$s_0(\vec{k}) = \left\langle c(\vec{r},0)c(0,0) \right\rangle = S(\vec{k}) \qquad (11)$$

є структурним фактором. Вираз для потоки $\vec{j}$, при відсутності конвекції, можна представити у вигляді $\vec{j} = -D\vec{\nabla}c$, в свою чергу із рівняння неперервності $\dot{\tilde{c}} = -\vec{\nabla}\vec{j}$ находимо

$$s_1(\vec{k}) = D_0 G(\vec{k}) k^2$$
$$s_2(\vec{k}) = D_0^2 G(\vec{k}) k^4, \qquad (12)$$

де $G(\vec{k})$ – парна кореляційна функція, D_0 – коефіцієнт дифузії при малих значення k.

Недисипативні системи. Якщо опис фізичної системи ведеться на основі мікроскопічних представлень, то, як правило, така система розглядається як недисипативна. Наслідком цього фізичні процеси, що протікають в системі, носять зворотній в часі характер. Що, у свою чергу, є причиною парності деяких функцій, які є мікроскопічними характеристиками системи. Далі здійснюється перехід від мікроскопічного до макроскопічного опису. При цьому переході, тим або іншим чином, штучно, вводиться незворотність, в тому сенсі, що локальна флуктуація з часом релаксує, розповсюджуючись по всій системі. Проте в рівноважному стані така система залишається як і раніше недисипативною, в тому сенсі, що хоча повна енергія системи і флуктує в інтервалі $2\Delta H$ (рис.1), але її середнє значення дорівнює деякої сталої величині H_0. У наслідку цього вважають, що динамічні характеристики системи є парними функціями частоти.

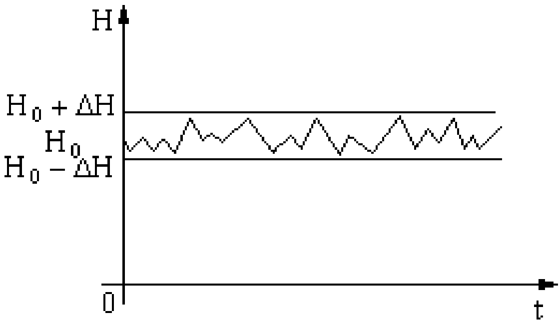

Рис. 1. Недисипативна система.

Прикладом може служити газ однорідних частинок, проста рідина, плазма і т. д. Інтенсивність розсіяного в таких системах світла $I(\omega)$ передбачається парною функцією частоти.

Іншим, складнішим, прикладом є мікроскопічно неоднорідна система – розчин броунівських часток. Якщо поведінку системи розглядати на мікроскопічному рівні, то вона як і раніше є недисипативною. Її повна енергія флуктує відносно нового середнього значення H_1. Проте і в цьому випадку, як було показано в роботах [8,9], кінетичні коефіцієнти, визначувані за флуктуаціями випадкових сил, що діють на частинку, виявляються парними функціями відповідної частоти. Якщо ж поведінку броунівської частинки у розчиннику розглядати за допомогою макроскопічних представлень, то взаємодія розчинника з поверхнею частинки приводить до виникнення сили тертя, тобто дисипації енергії. Таким чином, в рамках цих представлень система є дисипативною і, в загальному випадку, її макроскопічні характеристики вже не можна вважати парними відносно частоти.

Проведемо уявний експеримент: розглянемо систему частинок без розчинника в яку в деякий момент часу t_0 додається розчинник. Первинна повна енергія сукупності частинок була рівна H_0, кінцева повна енергія H_1. Таким чином, за рахунок сил тертя частинок з розчинником система за час $\Delta t = t_1 - t_0$ релаксує до нового рівноважного стану (рис. 2).

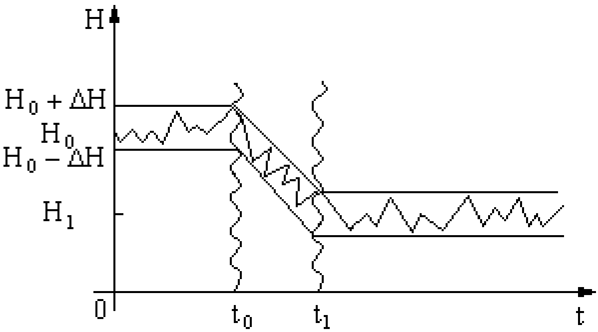

Рис. 2. Необернена поведінка дисипативної системи.

Поведінка системи на проміжку часу Δt є необерненою, тому що її динамічні характеристики не можуть бути парними функціями частоти. Отже для опису такої поведінки системи потрібне врахування непарних моментів.

З приведених вище міркувань виходить, що якщо функцію $j(\omega)$ ототожнити з інтенсивністю розсіяння $I(\omega)$ або динамічним структурним фактором $S(\omega, \vec{k})$, то для недисипативних систем усі непарні моменти послідовності $\{s_k\}$ будуть дорівнювати нулю [4,10]. Для опису дисипативних систем (суспензії, емульсії, полімерних розчинів і т. д.) необхідно вважати, що непарні моменти не дорівнюють нулю. Відмінність їх значень від нульових є результатом дії сил тертя [5].

Спочатку ми, слідуючи роботі [11], проведемо побудову характеристик фізичної системи лише на основі парних моментів. Далі розглянемо ті невідповідності, з якими стикається такий теоретичний опис і в наступному параграфі запропонуємо поправку теорії з врахуванням непарних моментів.

Нехай $\tilde{A}(\vec{r},t)$ – релаксуюча змінна, наприклад щільність броунівскьких частинок. Формула (4) буде описувати релаксаційні моди, відповідно (7) тільки у тому випадку, якщо $\Omega = ia$, де i – уявна одиниця, a – додатна константа. Альтернативним способом находження вигляду функції Ω є узгодження виразу для $j(\omega,\vec{k})$ на нульовій частоті. Таким чином

$$j_0(\omega,\vec{k}) = \frac{s_0}{\pi}\frac{a\left(\frac{s_2}{s_0}\right)^{\frac{1}{2}}}{\omega^2 + a^2\left(\frac{s_2}{s_0}\right)}. \qquad (13)$$

Порівнюючи отриманий вираз з формулою (7), маємо

$$\Gamma(\vec{k}) = a\left(\frac{s_2(\vec{k})}{s_0(\vec{k})}\right). \qquad (14)$$

У работі [11] було показано, що $a \approx 1$. Таким чином коефіцієнт дифузії броунівських частинок дорівнює

$$D = \frac{1}{k^2}\left(\frac{s_2(\vec{k})}{s_0(\vec{k})}\right). \qquad (15)$$

Якщо у формулу (15) підставити отриманий раніше вираз для моменті, то залежність коефіцієнт дифузії структурного фактору приймає наступний вигляд:

$$D \sim \frac{1}{\sqrt{S(\vec{k})}}. \qquad (16)$$

Експериментальні данні [12], свідчать про декілька інший характер поведінки, а саме, обернено пропорційний. Таким чином, в рамках підходу, заснованого на розгляді недисипативних систем, отримати узгоджений з експериментом вираз для коефіцієнта дифузії, не вдається.

Дисипативні системи. Для того, щоб врахувати дисипацію енергії в системі (викликану, наприклад, тертям броунівської частки об розчинник) при побудові функції спектральної щільності необхідно врахувати також непарні моменти (10).

Виконавши відповідні обчислення, отримаємо наступний вираз:

$$j_0(\omega,\vec{k}) = \frac{s_0}{\pi}\frac{a\dfrac{\sqrt{s_2 s_0 - s_1^2}}{s_0}}{\left(\omega - \dfrac{s_1}{s_0}\right)^2 + a^2\left(\dfrac{\sqrt{s_2 s_0 - s_1^2}}{s_0}\right)^2}. \qquad (17)$$

На основі отриманої формули (17) можна зробити наступні виводи. По – перше, при обліку першого моменту удається отримати обернено пропорційну залежність коефіцієнта дифузії D від структурного фактору

$$D \sim \frac{1}{S(\vec{k})}.$$

По-друге, врахування тертя з розчинником (відмінність від нуля s_1) приводить до зміщення резонансної частоти на величину $\Delta\omega = \dfrac{s_1}{s_0}$.

По-третє, динамічна функція перестає бути парною по ω, тобто поведінка системи має незворотній характер.

Висновки. У даній роботі проведена спроба побудови динамічних характеристик дисипативної системи на основі методу моментів. Це було зроблено за допомогою обліку окрім парних частотних моментів також і непарних моментів. Відмінність останніх від нуля є наслідком дисипативного характеру системи. Подібний підхід дозволяє описати скачки у залежності ціни акцій від часу.

Слід зауважити, що метод моментів є досить сильним інструментом що дозволяє отримувати апроксимації різних функцій. Проте проблема моментів є невизначеною. Тому у фізичних та економічних задачах потрібно використовувати додаткові міркування, що дозволяють замкнути проблему.

Література

1. Ахиезер Н.И. Классическая проблема моментов и некоторые вопросы анализа, связанные с нею. – Москва: Наука, 1961. – 312 с.
2. Крейн М.Г., Нудельман, А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. – Москва: Наука, 1973. – 552 с.
3. Адамян В.М., Ткаченко И.М. Высокочастотная теплопроводность неидеальной плазмы // Теплофизика высоких температур. – № 21(5). – 1983. – 1262-1275.
4. Маломуж Н.П., Сушко М.Я. О характере сужения спектральных линий в окрестности фазового перехода изотропная жидкость – нематик // Оптика и спектроскопия. – № 62(2). – 1987. – 386-391.
5. Hess W., Klein R. Generalized hydrodynamics of systems of Brownian particles // Advances in Physics. – №32(2). – 1983. – 173-283.
6. Фабелинский И.Л. Молекулярное рассеяние света. – Москва: Наука, 1965. – 512 с.
7. Физика простых жидкостей. Экспериментальные исследования. // Под ред. Темперли Г. и др. – Москва: Мир, 1973. – 308 с.
8. Berne B.J., Harp G.D. On the calculation of time correlation function // Advances in Chemical Physics. – №17. – 1970. – 63-229.
9. Mori H. Transport, Collective Motion, and Brownian Motion // Progress of Theoretical Physics. – № 33(3). – 1965. – 423-455.
10. De Gennes P.G. Liquid dynamics and inelastic scattering of neutrons // Physica. – №25.– 1959. – 825-839.

11. Сушко М.Я. Проявление коллективных вкладов в спектрах корреляционных функций жидкостей. Дисс. кан. физ.-матем. наук. – Одесса: ОГУ, 1986. – 122 с.

12. Brown J.C., Pusey P.N. Light scattering study of dynamic and time-averaged correlations in dispersions of charged particles // Journal of Physics A: Mathematical and General. – №8.– 1975. – 664-682.

1. Akhyezer N.Y. Klassycheskaya problema momentov y nekotorыe voprosы analyza, svyazannыe s neyu. – Moskva: Nauka, 1961. – 312 s.

2. Kreyn M.H., Nudel'man, A.A. Problema momentov Markova y эkstremal'nыe zadachy. – Moskva: Nauka, 1973. – 552 s.

3. Adamyan V.M., Tkachenko Y.M. Vыsokochastotnaya teploprovodnost' neydeal'noy plazmы // Teplofyzyka vыsokykh temperatur. – # 21(5). – 1983. – 1262-1275.

4. Malomuzh N.P., Sushko M.Ya. O kharaktere suzhenyya spektral'nыkh lynyy v okrestnosty fazovoho perekhoda yzotropnaya zhydkost' – nematyk // Optyka y spektroskopyya. – # 62(2). – 1987. – 386-391.

6. Fabelynskyy Y.L. Molekulyarnoe rasseyanye sveta. – Moskva: Nauka, 1965. – 512 c.

7. Fyzyka prostыkh zhydkostey. Эksperymental'nыe yssledovanyya. // Pod red. Temperly H. y dr. – Moskva: Myr, 1973. – 308 s.

11. Sushko M.Ya. Proyavlenye kollektyvnыkh vkladov v spektrakh korrelyatsyonnыkh funktsyy zhydkostey. Dyss. kan. fyz.-matem. nauk. – Odessa: OHU, 1986. – 122 s.

30.10.2018